JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI e-ISSN: 2614-8811
Published by Departement of Mathematics, Hasanuddin University, Indonesia
https://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk/index
Vol. 20, No. 1, September 2023, pp. 164- 183
DOI: 10.20956/j.v20i1.27755

Stock Portfolio Optimization Using Mean-Variance and Mean Absolute Deviation Model Based On K-Medoids Clustering by Dynamic Time Warping

Optimasi Portofolio Saham Menggunakan Model *Mean-Variance* dan *Mean Absolute Deviation* Berdasarkan *K-Medoids Clustering* dengan Pendekatan *Dynamic Time Warping*

Mella Refina Anugrahayu[1]*, Ulil Azmi[2]*

[*]Departemen Aktuaria, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya
***Email**: mellaanugrahayu@gmail.com[1], ulilazmi0211@gmail.com[2]*

Abstract

The tendency of investors to choose investments with maximum return and minimal risk causes the need for diversification in a portfolio to form an optimal portfolio. A lot of research on stock portfolio optimization has been conducted extensively, but not many have tried to apply machine learning concepts such as clustering analysis to accelerate the establishment of a model that can have a positive effect on the time and cost efficiency of portfolio management. However, clustering is only limited to determining the optimal stock candidate, so it is necessary to add another optimization model to calculate the portfolio weight. Based on these problems, this study carried out portfolio optimization using Mean-Variance (MV) and Mean Absolute Deviation (MAD) model based on K-Medoids Clustering by Dynamic Time Warping approach using Monte Carlo-Expected Tail Loss for risk analysis. Based on the analysis results, the MAD portfolio is more optimal than the MV portfolio by the MAD portfolio consists of five stocks, namely BMRI shares with a weight of 0.06243, UNTR shares of 0.08658, BBRI shares of 0.10285, BBCA of 0.53623, and KLBF shares of 0.21191 are the best optimal portfolios. The optimal portfolio of the MAD model has a rate of return of 87.836% in May 2017 - December 2022 with a portfolio performance of 0.03704, while the resulting risk level based on Carlo-Expected Tail Loss is 2.2416%.

Keywords: Dynamic Time Warping, Expected Tail Loss¸ K-Medoids Clustering, Mean-Variance, Mean Absolute Deviation, Monte Carlo

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Mella Refina Anugrahayu, Ulil Azmi

Abstrak

Kecenderungan investor untuk memilih investasi dengan *return* maksimal dan risiko minimal mengakibatkan perlunya diversifikasi dalam suatu portofolio untuk membentuk portofolio optimal. Pada dasarnya, penelitian mengenai optimasi portofolio saham sudah banyak dilakukan, namun belum banyak yang mencoba menerapkan konsep *machine learning* seperti analisis pengelompokan (*clustering*) untuk mempercepat pembentukan model yang dapat berpengaruh positif terhadap efisiensi waktu dan biaya manajemen portofolio. Namun, *clustering* hanya terbatas untuk menentukan kandidat saham optimal, sehingga perlu ditambah model optimasi lain untuk menghitung bobot portofolio. Berlandaskan permasalahan tersebut, maka pada penelitian ini dilakukan optimasi portofolio menggunakan model *Mean-Variance* (MV) dan *Mean Absolute Deviation* (MAD) berdasarkan *K-Medoids Clustering* dengan pendekatan *Dyamic Time Warping* menggunakan analisis risiko *Monte Carlo-Expected Tail Loss*. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, portofolio MAD merupakan portofolio yang lebih optimal dibandingkan portofolio MV dengan portofolio MAD yang tersusun atas lima saham yaitu saham BMRI dengan bobot sebesar 0,06243, saham UNTR sebesar 0,08658, saham BBRI sebesar 0,10285, saham BBCA sebesar 0,53623, dan saham KLBF sebesar 0,21191 menjadi portofolio optimal yang terbaik. Portofolio optimal model MAD memiliki tingkat pengembalian (*return*) sebesar 87,836% dalam kurun waktu Mei 2017 – Desember 2022 dengan kinerja portofolio sebesar 0,03704, sedangkan tingkat risiko yang dihasilkan berdasarkan *Monte Carlo-Expected Tail Loss* adalah sebesar 2,2416%.

Keywords: *Dynamic Time Warping*, *Expected Tail Loss*¸ *K-Medoids Clustering*, *Mean-Variance*, *Mean Absolute Deviation*, Monte Carlo

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tren investasi berbasis *Environmental, Social, and Governance* (ESG) di Indonesia terus berkembang seiring dengan kenaikan indeks saham berbasis ESG, salah satunya Sustainable and Responsible Investment – Keanekaragaman Hayati Indonesia (SRI)-KEHATI. Dalam konsep investasi, *return* yang diterima berbanding lurus dengan risiko yang diperoleh. Markowitz [14] telah membuktikan bahwa risiko investasi dapat diminimalkan dengan melakukan diversifikasi portofolio, yaitu menempatkan dana investasi di beberapa instrumen investasi yang berbeda karakteristiknya. Salah satu alternatif optimasi portofolio yang dapat dilakukan adalah menggunakan analisis pengelompokan (*clustering*) dengan memilih aset dari *cluster* yang berbeda [8]. Dalam hal diversifikasi portofolio, aset yang berada dalam satu klaster biasanya memiliki korelasi yang tinggi, sehingga memilih aset dari klaster yang berbeda akan meningkatkan diversifikasi portofolio dan memperkecil risiko.

Salah satu metode analisis *clustering* non-hierarki yang dapat diaplikasikan pada data deret waktu berukuran besar adalah metode *K-Medoids Clustering* dengan pendekatan jarak *Dynamic Time Warping* (DTW) [1]. Dalam optimasi portofolio saham, *clustering* hanya terbatas untuk menentukan kandidat saham optimal, sehingga perlu ditambah model optimasi lain untuk menghitung bobot portofolio. Markowitz [14] memperkenalkan model *Markowitz* atau lebih dikenal dengan sebutan model optimasi *Mean-Variance* (MV) sebagai model pembentukan portofolio yang didasarkan pada perhitungan tingkat risiko investasi sebagai *varians* dan tingkat *return* investasi sebagai *mean*. Namun, model MV menjadi tidak efisien apabila diaplikasikan pada portofolio dengan skala besar, sehingga Konno dan Yamazaki mengembangkan model *Mean Absolute Deviation* (MAD) sebagai alternatif [3]. Model MV dan MAD menggunakan asumsi bahwa preferensi investor didasarkan pada tingkat *expected return* dan risiko dari portofolio, tetapi cara memilih saham untuk model tersebut tidak didiversifikasi secara detail. Sehingga, dilakukan penggabungan metode pembentukan portofolio optimal antara model optimasi MV dan MAD dengan analisis pengelompokan (*clustering*). Pembentukan portofolio optimal juga disertai dengan perhitungan estimasi risiko yang dapat dilakukan menggunakan metode *Expected Tail Loss* (ETL) dengan simulasi Monte Carlo.

Pada dasarnya, penelitian mengenai optimasi portofolio saham sudah banyak dilakukan, namun belum banyak yang mencoba menerapkan konsep *machine learning* untuk mempercepat pembentukan model yang dapat berpengaruh positif terhadap efisiensi waktu dan biaya manajemen portofolio. Berlandaskan permasalahan tersebut, maka pada penelitian ini akan dilakukan optimasi portofolio pada data saham yang konsisten terdaftar dalam Indeks SRI-KEHATI selama periode Mei 2017 hingga Desember 2022 dengan model *Mean-Variance* dan *Mean Absolute Deviation* berdasarkan *K-Medoids Clustering* dengan pendekatan *Dyamic Time Warping* menggunakan analisis risiko *Monte Carlo-Expected Tail Loss*.

1.2 Studi Literatur

Studi literatur yang digunakan sebagai dasar teori pada penelitian ini dapat dijelaskan sebagai berikut.

1.2.1 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif didefinisikan sebagai metode statistik yang digunakan untuk memberikan ringkasan informasi tentang karakteristik data. Statistika deskriptif yang digunakan meliputi *mean*, standar deviasi, nilai minimum, maksimum, *kurtosis*, dan *skewness*.

1.2.2 Jarak *Dynamic Time Warping*

Dynamic Time Warping (DTW) merupakan algoritma perhitungan jarak yang berhasil diterapkan untuk mengatasi kecepatan waktu yang berbeda pada dua data deret waktu [12]. Senin [17] menjelaskan pada tahap awal proses penghitungan DTW akan dibentuk matriks jarak yang kemudian disebut dengan matriks biaya lokal berukuran $n \times m$ untuk dua data deret waktu X dan Y. Jika dituliskan dalam bentuk vektor, maka

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) \tag{1}$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_m). \tag{2}$$

Definisikan setiap elemen dalam matriks biaya lokal dengan persamaan berikut

$$c_{i,j} = |x_i - y_j|, i \in [1{:}n], j \in [1{:}m]. \tag{3}$$

Selanjutnya, notasikan $[1{:}n] = \{1, 2, \dots, n\}$. Algoritma elemen $c_{i,j}$ akan membentuk matriks biaya lokal (**C**) dan menemukan jalur *warping* yang minimum, dimana jalur *warping* tersebut diperoleh dari matriks biaya akumulasi (**D**) menggunakan urutan $p = (p_1, p_2, \dots, p_k), p_l = (p_i, p_j) \in [1{:}n] \times [1{:}m]$, sehingga diperoleh jalur *warping* dengan $l[1{:}k]$.

Jalur *warping* dibangun melalui matriks biaya akumulasi atau matriks biaya global dengan mengikuti persamaan berikut

1. Baris pertama:

$$D(1, j) = \sum_{k=1}^{j} c(x_1, y_k), j \in [1{:}m] \tag{4}$$

2. Kolom pertama:

$$D(i, 1) = \sum_{k=1}^{i} c(x_k, y_1), i \in [1{:}n] \tag{5}$$

3. Semua elemen matriks:

$$D(i,j) = c(x_i, y_j) + \min \begin{cases} D(i-1, j-1) \\ D(i-1, j) \\ D(i, j-1) \end{cases} \tag{6}$$

Menurut [17], perlu dilakukan modifikasi algoritma *dynamic time warping* untuk meningkatkan kualitas kinerja dan penyesuaian sensivitias algoritma dasar dari metode *dynamic time warping*. Modifikasi tersebut salah satunya adalah *step size conditions* dengan *step pattern* berupa *symmetric* tanpa *slope constraint* yang dikenalkan oleh Sakoe dan Chiba [6]. Ketika tidak ada perbedaan deret waktu, maka jalur *warping* yang terbentuk akan berhimpitan dengan garis diagonal $i = j$. Tetapi, ketika perbedaan deret waktu semakin membesar, maka penyimpangan jalur *warping* juga akan semakin besar. Dalam pencarian jalur yang optimal, terkadang jalur tersebut cenderung membuat jalur korespondensi yang tidak realistis. Dalam algoritma DTW, jalur korespondensi menghubungkan titik-titik antara deret waktu pertama (deret waktu referensi) dan deret waktu kedua (deret waktu yang sedang dibandingkan) dalam matriks biaya terakumulasi. Dari modifikasi tersebut, maka elemen $D(i,j)$ dapat dirumuskan menjadi:

$$D(i,j) = \min \begin{cases} D(i-1, j) + c(x_i, y_j) \\ D(i-1, j-1) + 2c(x_i, y_j) \\ D(i, j-1) + c(x_i, y_j) \end{cases} \tag{7}$$

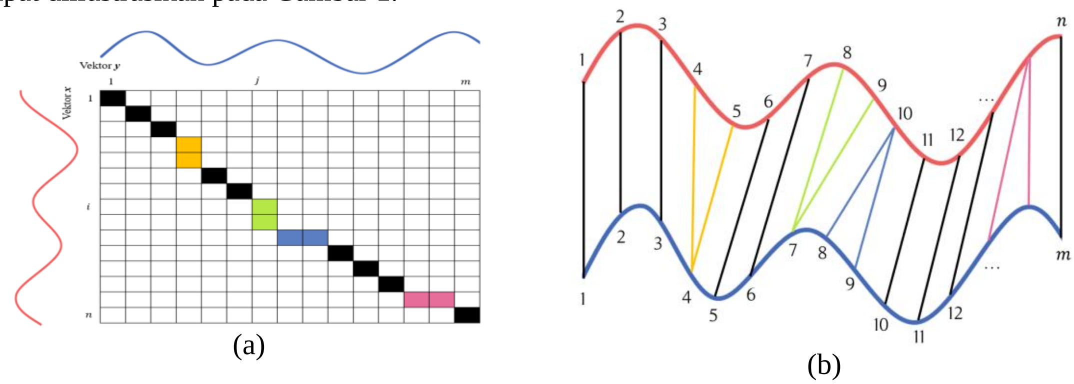
Fungsi biaya yang menunjukkan jarak kumulatif dari matriks biaya lokal di sepanjang jalur *warping* yang dibangun dapat dirumuskan oleh:

$$c_p(X,Y) = \sum_{l=1}^{L} c(x_{n_l}, y_{m_l}). \tag{8}$$

Jalur warping yang memiliki biaya minimal atau jarak kumulatif terkecil disebut dengan jalur *warping* optimal yang disimbolkan dengan P^*. Untuk menemukan jalur *warping* optimal, diperlukan *dynamic programming* yang merupakan bagian dari algoritma DTW dengan menggunakan fungsi jarak DTW sebagai berikut.

$$DTW(X,Y) = c_{p^*}(X,Y) = \min\{c_p(X,Y), p \in P^{n \times m}\} \tag{9}$$

dimana $P^{n \times m}$ adalah himpunan dari semua jalur *warping* yang mungkin. Jalur *warping* optimal dapat diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1.1. (a) Ilustrasi Jalur *Warping* Optimal (b) Ilustrasi Jalur Korespondensi

1.2.3 *K-Medoids Clustering*

Metode yang digunakan untuk menentukan banyak *cluster* dalam metode *non-hierarchical clustering* adalah nilai *pseudo-F*. Jumlah *cluster* yang optimal diperoleh dari nilai *pseudo-F* yang tertinggi. Rumus perhitungan nilai *pseudo-F* statistik adalah sebagai berikut [16]:

$$Pseudo\ F = \frac{\left(\frac{R^2}{k-1}\right)}{\left(\frac{1-R^2}{n-k}\right)} \tag{10}$$

dengan

$$R^2 = \frac{SST - SSW}{SST} \tag{11}$$

$$SST = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{p}(x_{ijk} - \bar{x}_j)^2 \tag{12}$$

$$SSW = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{c}\sum_{k=1}^{p}(x_{ijk} - \bar{x}_{jk})^2 \tag{13}$$

Keterangan:

SST : Total jumlah kuadrat dari kuadrat jarak terhadap rata-rata keseluruhan (*Sum of Square Total)*

SSW: Total jumlah dari kuadrat jarak observasi terhadap rata-rata kelompoknya (*Sum of Square Within)*

n : Banyaknya sampel

c : Banyaknya variabel

p : Banyaknya kelompok

x_{ijk} : Sampel ke- i pada variabel ke- j kelompok ke- k

$\bar{x}_j$: Rata-rata seluruh sampel pada variabel ke- j

$\bar{x}_{jk}$: Rata-rata sampel variabel ke- j dan kelompok ke- k

$\bar{x}_{jh}$: Rata-rata keseluruhan objek variabel ke- j dan kelompok ke- h

Penentuan jumlah *cluster* optimal tersebut kemudian digunakan untuk menginisialisasi algoritma *K-Medoids Clustering*. Metode *K-Medoids clustering* merupakan metode *non-hierarchical clustering* dengan medoid sebagai pusat kelompoknya. Medoid dapat mewakili pusat *cluster* yang sebenarnya karena ketahanannya terhadap *outlier* dan *noise* [18]. Algoritma pengelompokan pada metode *K-Medoids clustering* adalah sebagai berikut [9]:

1. Hitung jarak setiap objek menggunakan jarak DTW.
2. Hitung v_j untuk setiap objek j dengan rumus berikut.

$$v_j = \sum_{i=1}^{n}\frac{DTW_{i,j}}{\sum_{j=1}^{n} DTW_{i,j}}; j = 1,2,\dots,n \tag{14}$$

   dengan

   d_{ij} : elemen matriks jarak *Dynamic Time Warping*

   v_j : standarisasi dari jumlah baris untuk masing masing kolom j

3. Urutkan v_j dari yang terkecil sampai yang terbesar. Pilih sebanyak k *cluster*, dimana nilai v_j yang terkecil menjadi *initial medoid* atau pusat klaster awal.

4. Alokasikan setiap objek ke *medoid* terdekat berdasarkan jarak DTW untuk memperoleh hasil kelompok awal
5. Hitung total jarak keseluruhan dari masing-masing objek di setiap klaster terhadap *medoid*-nya.
6. Tentukan *medoid* baru untuk setiap klaster yang merupakan objek yang meminimalkan jarak total terhadap objek lain di dalam klasternya. Perbarui medoid saat ini di setiap klaster dengan medoid baru.
7. Alokasikan setiap objek yang tersisa ke *medoid* baru yang terdekat berdasarkan jarak DTW
8. Hitung total jarak keseluruhan dari masing-masing objek di setiap klaster terhadap *medoid* barunya.
9. Apabila total jarak keseluruhan dari *medoid* baru berbeda dengan total jarak keseluruhan dari *medoid* sebelumnya, maka dilakukan perubahan *medoid* lagi seperti langkah 6. Namun, jika sudah sama, maka proses algoritma pengelompokan dihentikan dan akan dijadikan hasil pengelompokan akhir.

1.2.4 Pemilihan Saham Optimal Setiap *Cluster*

Setelah *cluster-cluster* terbentuk, maka kinerja setiap saham pada masing-masing *cluster* akan dinilai menggunakan *sharpe ratio*, yaitu dengan membandingkan selisih *expected return* saham (μ) dan *risk return free rate* (r_f) dengan standar deviasi *return* saham (σ) atau dapat dirumuskan dengan [7]

$$S_R = \frac{\mu - r_f}{\sigma}. \tag{15}$$

1.2.5 Model *Mean-Variance*

Model portofolio *Mean-Variance* (MV) untuk membentuk portofolio optimal didasarkan pada *trade-off* antara *return* dan risiko portofolio yang direpresentasikan sebagai *mean* dan *varians* saham [13]. Berikut merupakan perhitungan portofolio menggunakan Model MV [10]:

1. Menghitung *realized return* masing-masing saham

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \tag{16}$$

$P_{i,t}$ adalah harga saham i pada waktu t dan $P_{i,t-1}$ adalah harga saham i pada waktu $t-1$.

2. Menghitung tingkat pengembalian yang diharapkan (*expected return*) masing-masing saham

$$\mu_i = E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^{n} R_{i,t}}{n} \tag{17}$$

dengan $R_{i,t}$ adalah *return* saham i di antara periode $t-1$ dan t, $t = 1, \ldots, n$, dan n adalah periode waktu

3. Menghitung *varians* dan standar deviasi masing-masing saham
Varians pada saham i dapat ditulis dengan persamaan berikut

$$\sigma_i^2 = Var\,(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^{n}(R_{i,t} - \mu_i)^2}{n-1}. \tag{18}$$

Rumus standar deviasi adalah sebagai berikut

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(R_{i,t} - \mu_i)^2}{n-1}}. \tag{19}$$

4. Menghitung kovarian antar saham
   Matriks $\Omega_{n\times n}$ berisi *varians* diagonal utamanya dan kovarians antara semua pasangan aset item lainnya, yaitu

$$\Omega_{n\times n} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \tag{20}$$

   Kovarian antar saham dapat dirumuskan dengan persamaan berikut

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{n}(R_{i,t}-\mu_i)(R_{j,t}-\mu_j)}{n-1}. \tag{21}$$

5. Menghitung bobot atau proporsi dari setiap saham penyusun portofolio
   Perhitungan proporsi portofolio *Mean-Variance* didasarkan pada prinsip optimalisasi dengan fungsi obyektif yaitu memaksimalkan tingkat *return* dan meminimalkan risiko dengan beberapa kendala.
   Fungsi obyektif:

$$\max E(R_p) = \max \sum_{i=1}^{n} w_i\mu_i \tag{22}$$

$$\min \sigma_p = \min \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}} \tag{23}$$

   Kendala:

$$0 \le w_i \le 1, \quad i = 1, \dots, n$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{24}$$

   Nilai w_i disebut bobot atau persentase modal yang akan diinvestasikan dalam saham i.
6. Menghitung *return* portofolio yang disimbolkan dengan $E(R_P)$

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^{n} w_i R_{i,t}. \tag{25}$$

7. Menghitung *expected return* portofolio

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i). \tag{26}$$

8. Menghitung *varians* dan standar deviasi portofolio
   Varians portofolio dapat dirumuskan dengan persamaan berikut

$$\sigma_P^2 = \mathrm{W^T S W}. \tag{27}$$

   sedangkan standar deviasi atau risiko portofolio σ_P dapat dirumuskan dengan persamaan berikut

$$\sigma_P = \sqrt{W^T SW} = \sqrt{[w_1 \dots w_j] \begin{bmatrix} \sigma_{i1} & \cdots & \sigma_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{j1} & \cdots & \sigma_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_j \end{bmatrix}}. \tag{28}$$

1.2.6 Model *Mean Absolute Deviation*

Model *Mean Absolute Deviation* (MAD) merupakan alternatif dari model MV yang dikenalkan oleh Konno dan Yamazaki untuk menggantikan perhitungan risiko menggunakan standar deviasi dari *return* model MV [5]. Fungsi risiko *absolute deviation* ditunjukkan pada persamaan berikut

$$S(x) = E\left[\left|\sum_{i=1}^{n} R_i x_i - E\left[\sum_{i=1}^{n} R_i x_i\right]\right|\right]. \tag{29}$$

Portofolio MAD merupakan portofolio dengan bobot yang memberikan nilai maksimal pada Persamaan 29. Meminimumkan $S(x)$ ekuivalen dengan meminimumkan $\sigma(x)$. Sehingga, persamaan tersebut dapat meminimumkan risiko. Menurut Konno dan Yamazaki, *short sale* tidak diperbolehkan untuk model MAD karena model memiliki kendala $x_i \geq 0$.

1.2.7 Evaluasi Kinerja Portofolio Optimal

Metode penilaian kinerja portofolio yang digunakan dalam penelitian ini adalah Indeks *Sharpe* yang dapat dirumuskan oleh

$$S_P = \frac{E(R_P) - r_f}{\sigma_P}. \tag{30}$$

1.2.8 *Generalized Lambda Distribution* (GLD)

Generalized Lambda Distribution (GLD) merupakan pengembangan distribusi Lambda Tukey dengan empat parameter. Dalam menentukan estimasi paramater, GLD memiliki dua fungsi yang berbeda yaitu GLD RS dan GLD. Fungsi kuantil GLD RS dapat dirumuskan sebagai berikut [4]:

$$F_{RS}^{-1}(U) = Q_{RS}(U) = \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_2}\left[U^{\lambda_3} - (1-U)^{\lambda_4}\right] \tag{31}$$

dengan $Q_{RS} = F_{RS}^{-1}$ adalah fungsi kuantil dari probabilitas u, λ_1 adalah parameter lokasi, λ_2 adalah parameter skala, λ_3 dan λ_4 adalah parameter bentuk yang merupakan *skewness* dan kurtosis dan U merupakan variabel acak yang berdistribusi *Uniform* (0,1). Adapun fungsi kuantil distribusi GLD FMKL dapat dirumuskan sebagai berikut [4]:

$$Q_{FMKL}(U) = \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_2}\left[\frac{U^{\lambda_3} - 1}{\lambda_3} - \frac{(1-U)^{\lambda_4} - 1}{\lambda_4}\right]. \tag{32}$$

1.2.9 *Mean Absolute Error* (MAE)

Mean Absolute Error (MAE) merupakan ukuran *error* yang sering digunakan untuk mengevaluasi keakuratan sebuah model. Dalam penelitian ini, MAE diaplikasikan untuk mengevaluasi distribusi *Generalized Lambda*, yaitu dengan membandingkan GLD RS dan FMKL. MAE dapat dirumuskan dengan persamaan [19]:

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} |\hat{r}_n - r_n| \tag{33}$$

dengan N adalah jumlah data, $\hat{r}_n$ merupakan data hasil simulasi ke-n, dan r_n merupakan data asli ke- n. Model yang memiliki nilai MAE yang lebih kecil merupakan model terbaik, karena menunjukkan bahwa nilai *error* yang dihasilkan lebih kecil.

1.2.10 *Expected Tail Loss* (ETL)

Expected Tail Loss (ETL) didefinisikan sebagai ukuran penilaian risiko dengan menghitung ekspektasi dari kerugian yang melebihi *Value at Risk* (VaR) pada tingkat signifikansi tertentu. ETL pada tingkat kepercayaan $1-\alpha$, didefinisikan sebagai berikut [15]:

$$ETL_{1-\alpha}(x) = E[X|X \geq VaR_{1-\alpha}] = \frac{1}{\alpha}\int_{VaR_{1-\alpha}}^{\infty} xf(x)dx \tag{34}$$

dengan

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = W_0 R_p^* \sqrt{t} \tag{35}$$

dimana W_0 adalah dana investasi awal aset atau portofolio, t adalah periode waktu, dan R_p^* adalah nilai kuantil ke- α dari distribusi *return.*

1.2.11 Simulasi Monte Carlo

Pada dasarnya, pengestimasian *Expected Tail Loss* (ETL) dengan metode simulasi Monte Carlo adalah melakukan simulasi secara iteratif dengan membangkitkan bilangan acak berdasarkan parameter data *return*, yang kemudian digunakan untuk mengestimasi nilai ETL. Langkah awal untuk menghitung jumlah iterasi adalah dengan menghitung standar deviasi dengan persamaan [2]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_{min}-\mu)^2 + (X_{max}-\mu)^2}{N}} \tag{36}$$

dengan

$$\mu = \frac{X_{min}+X_{max}}{2}. \tag{37}$$

Keterangan:

X_{min} : Nilai minimum dari *return* portofolio
X_{max} : Nilai maksimum dari *return* portofolio
N : 2, yaitu nilai maksimum dan nilai minimum

Kemudian, menentukan nilai kesalahan absolut yang diinginkan sebesar $\leq 5\%$. Sehingga, nilai *error* dapat diperoleh dengan persamaan berikut

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\left(\frac{1}{0{,}05}\right)}. \tag{38}$$

Maka, jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mendapatkan hasil dengan *error* $\leq 5\%$ adalah

$$\boldsymbol{N = \left(\frac{3 \times \sigma}{\varepsilon}\right)^2}. \tag{39}$$

2. METOGOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu data saham yang konsisten terdaftar pada Indeks SRI-KEHATI selama periode 1 Mei 2017 hingga 31 Desember

2022 dan tingkat suku bunga IndONIA yang dikumpulkan melalui *finance.yahoo.com* dan *www.bi.go.id*. Adapun langkah-langkah pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Melakukan studi literatur dan analisis statistika deskriptif;
2. Melakukan perhitungan jarak *Dynamic Time Warping;*
3. Menentukan banyak *cluster* optimal;
4. Melakukan pembentukan *K-Medoids Clustering;*
5. Melakukan pembentukan portofolio optimal menggunakan model *Mean-Variance* dan *Mean Absolute Deviation*;
6. Mengidentifikasi, menetapkan, serta mengestimasi parameter distribusi *return* portofolio;
7. Mensimulasikan *return* menggunakan Monte Carlo;
8. Menghitung *mean Expected Tail Loss* (ETL);
9. Memilih portofolio optimal terbaik berdasarkan kinerja portofolio, *return*, dan tingkat risiko;
10. Menginterpretasi *clustering* terbaik dalam pembentukan portofolio optimal;
11. Menarik kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Statistika Deskriptif

Karakteristik dari masing-masing saham dapat diketahui dengan meninjau nilai minimum, maksimum, rata-rata, standar deviasi, *skewness*, dan kurtosis. Ditinjau dari nilai minimum dan maksimumnya, saham UNTR (PT United Tractors Tbk) memiliki rentang harga paling besar, yang mengindikasikan bahwa saham UNTR cenderung fluktuatif dan relatif tidak stabil jika dibandingkan dengan saham-saham lainnya. Sedangkan saham dengan harga yang relatif stabil adalah saham PGAS (PT Perusahaan Gas Negara Tbk). Berdasarkan dari nilai rata-rata, saham UNTR memiliki rata-rata harga tertinggi sebesar 26.543,63, sedangkan rata-rata harga saham terendah adalah saham WIKA (PT Wijaya Karya Tbk) sebesar 1.538,81. Sedangkan, jika dilihat dari nilai standar deviasi atau penyimpangannya, saham UNTR menunjukkan nilai penyimpangan yang paling besar. Hal ini berarti bahwa saham UNTR memiliki risiko investasi paling besar, karena semakin tinggi standar deviasi, maka volatilitas atau risiko investasi juga semakin tinggi. Sedangkan saham dengan risiko investasi yang paling kecil adalah saham KLBF (PT Kalbe Farma Tbk).

Jika ditinjau dari nilai *skewness*, hasil menunjukkan bahwa saham ASII (PT Astra International Tbk), BBNI (PT Bank Negara Indonesia Tbk), BBRI (PT Bank Rakyat Indonesia Tbk), PGAS, TLKM (PT Telkom Indonesia Tbk), dan UNVR (PT Unilever Indonesia Tbk) memiliki distribusi positif, yang berarti data lebih condong ke arah nilai yang lebih rendah. Sedangkan 8 saham lainnya memiliki distribusi yang negatif, yang berarti data lebih condong ke arah nilai yang lebih tinggi. Sedangkan, jika ditinjau melalui nilai kurtosisnya, hasil menunjukkan bahwa saham BMRI (PT Bank Mandiri Tbk) dan KLBF memiliki distribusi *platykurtic*, yaitu distribusi yang memiliki kurva dengan bentuk tumpul dan menunjukkan data memiliki nilai yang lebih menyebar. Sedangkan 12 saham lainnya memiliki distribusi *leptokurtic*¸ yaitu distribusi dengan kurva yang sangat runcing dan menunjukkan data memiliki nilai yang terpusat pada rata-rata.

3.2 Perhitungan Jarak *Dynamic Time Warping*

Matriks jarak DTW diperoleh dengan menggunakan *package* “dtw” pada *Rstudio*. Tahap pertama dalam membentuk matriks jarak DTW adalah membuat matriks biaya lokal (**C**).

$$\mathrm{C} = \begin{bmatrix} 5420 & 5450 & 5435 & 5445 & \cdots & 5570 \\ 5270 & 5300 & 5285 & 5295 & \cdots & 5420 \\ 5220 & 5250 & 5235 & 5245 & \cdots & 5370 \\ 5120 & 5150 & 5135 & 5145 & \cdots & 5270 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 5170 & 5200 & 5185 & 5195 & \cdots & 5320 \end{bmatrix}_{20\times 20}$$

Matriks biaya lokal berukuran 20×20 diatas digunakan sebagai contoh yang diperoleh dari dua emiten saham yaitu saham ASII dan saham BBCA dengan periode 2 Mei – 31 Mei 2017 menggunakan rumus pada Persamaan 3. Selanjutnya**,** matriks biaya lokal digunakan untuk membentuk matriks biaya akumulasi (**D**) menggunakan rumus Persamaan 4, 5, 7 dan menentukan jalur *warping* yang optimal sebagai berikut.

$$\mathrm{D} = \begin{bmatrix} 5420^{*} & 10870 & 16305 & 21750 & \cdots & 109210 \\ 10690 & 15990^{*} & 21275 & 26570 & \cdots & 111630 \\ 15910 & 21160 & 26395^{*} & 31640 & \cdots & 115900 \\ 21030 & 26180 & 31315 & 36460^{*} & \cdots & 119120 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 102500 & 107570 & 112220 & 117105 & \cdots & 194880^{*} \end{bmatrix}_{20\times 20}$$

dengan:
$*$: jalur *warping* yang terkecil

Matriks biaya akumulasi digunakan untuk mendapatkan jarak DTW dengan menggunakan Persamaan 9. Dengan 20 data saham, diperoleh matriks **DTW** yang berisi jarak DTW antara saham ASII dan BBCA sebesar 194.880, sehingga jarak DTW antara saham ASII dan BBCA jika dihitung secara keseluruhan sesuai dengan periode data yang digunakan, yaitu dengan matriks berukuran 1421×1421 adalah sebesar 2.850.965. Selanjutnya, menghitung jarak DTW antar emiten saham lainnya dan didapatkan matriks **DTW** yang merupakan jarak DTW pada 14 emiten saham sebagai berikut.

$$\mathrm{DTW} = \begin{bmatrix} 0 & 2850965 & 1007680 & 4331674 & \cdots & 9570985 \\ \mathbf{2850965} & 0 & 2111095 & 2075769 & \cdots & 9288820 \\ 1007680 & 2111095 & 0 & 4981544 & \cdots & 10393945 \\ 4331674 & 2075769 & 4981544 & 0 & \cdots & 3969751 \\ 1101450 & 1184343 & 469185 & 4660864 & \cdots & 10792250 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 9570985 & 9288820 & 10393945 & 3969751 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai nol yang dihasilkan dalam matriks DTW diatas menunjukkan bahwa jarak antar dua saham yang sama tidak memiliki jarak sehingga bernilai nol.

3.3 *K-Medoids Clustering*

Sebelum melakukan proses *K-Medoids* Clustering, perlu untuk menentukan jumlah *cluster* terlebih dahulu. Jumlah *cluster* yang digunakan dalam penelitian ini ditentukan oleh nilai *pseudo-F* berdasarkan Persamaan 2.17. Nilai *pseudo-F* yang tertinggi menunjukkan jumlah *cluster* yang optimal. Tabel 3.1 merupakan hasil perhitungan nilai *pseudo-F* menggunakan *software Rstudio*.

Tabel 3.1. Hasil Jumlah Cluster Optimal

Cluster	**Nilai *pseudo-F***
2	2,2778
3	1,9859

4	**5,5753**
5	**3,8545**
6	2,7498
7	2,0115
8	1,4784
9	1,0828
10	0,7723

Tabel 3.1 menunjukkan bahwa empat *cluster* memberikan hasil yang paling optimal dengan nilai *pseudo-F* sebesar 5,5753 dan lima *cluster* memiliki nilai *pseudo-F* tertinggi kedua, yaitu sebesar 3,8540. Sehingga, proses *clustering* akan dibagi menjadi 4 *cluster* dan 5 *cluster* pada tahap *K-Medoids Clustering*. Hal ini bertujuan untuk membuat beberapa skenario dalam pembentukan portofolio agar tujuan diversifikasi portofolio dapat tercapai dengan baik.

Setelah diperoleh jumlah *cluster* yang akan dibentuk, algoritma *K-Medoids Clustering* melakukan inisialisasi pusat *cluster* (*medoid*) berdasarkan nilai v_j terkecil pada setiap *cluster* yang dihitung menggunakan Persamaan 14. Setelah dilakukan inisialisasi *medoid*, algoritma akan mengalokasikan setiap objek ke *medoid* terdekat. Untuk setiap *cluster* akan dihitung jarak antara setiap objek dengan *medoid*-nya, kemudian dijumlahkan untuk mendapatkan total jarak keseluruhan. Tujuan dari algoritma *K-Medoids Clustering* adalah untuk meminimalkan total jarak keseluruhan, sehingga algoritma akan melakukan proses iterasi untuk memperbarui *medoid* yang dapat meminimalkan total jarak keseluruhan dari setiap *cluster* yang terbentuk untuk meningkatkan kualitas *cluster*. Tabel 3.2 merupakan hasil pembentukan empat *cluster*.

Tabel 3.2. Hasil Pembentukan 4 *Cluster*

***Cluster* ke-**	**Saham**	v_j
1	**ASII**	**0,715607**
	BBNI	0,957825
	BMRI	1,024560
	INDF	0,826213
	UNVR	1,475796
2	**SMGR**	**1**
	UNTR	1
3	**PGAS**	**0,738826**
	WIKA	1,123573
	KLBF	1,137601
4	**TLKM**	**0,585383**
	BBRI	0,665092
	JSMR	0,943595
	BBCA	1,805930

Pembentukan *medoid* dari setiap *cluster* pada Tabel 3.2 merupakan hasil akhir iterasi dari algoritma *K-Medoids Clustering* yang menunjukkan kondisi ketika total jarak keseluruhan dari *medoid* baru memiliki hasil yang sama dengan total jarak keseluruhan *medoid* lama yaitu sebesar 37.414.103. Jarak keseluruhan yang dimaksud adalah total jarak keseluruhan dari masing-masing objek di setiap *cluster* terhadap *medoid*-nya.

Tabel 3.2 menunjukkan bahwa saham ASII merupakan *medoid* dari *cluster* 1, karena memiliki nilai v_j paling kecil. Pada *cluster* 2, saham SMGR dan saham UNTR memiliki nilai v_j yang sama. Namun, dari hasil *output RStudio*, saham SMGR yang terpilih menjadi *medoid* dari *clutser* 2. Tidak menjadi suatu masalah jika *medoid* dari *cluster* 2 adalah saham UNTR, hal ini dikarenakan keduanya menghasilkan jarak keseluruhan yang sama. Jarak keseluruhan yang dimaksud adalah total jarak keseluruhan dari masing-masing objek di setiap *cluster* terhadap *medoid*-nya. Kemudian, *medoid* dari *cluster* 3 adalah saham PGAS dan *medoid* dari *cluster* 4 adalah saham TLKM.

Tabel 3.3. Hasil Pembentukan 5 *Cluster*

***Cluster* ke-**	**Saham**	v_j
1	**ASII**	**0,715607**
	INDF	0,826213
	BBNI	0,957825
	BMRI	1,024560
	UNVR	1,475796
2	**SMGR**	**1**
	UNTR	1
3	**TLKM**	**0,579124**
	BBRI	1,130036
	JSMR	1,290840
4	**BBCA**	**0,000000**
5	**PGAS**	**0,738826**
	WIKA	1,123573
	KLBF	1,137601

Tabel 3.3 menunjukkan hasil pembentukan 5 cluster dengan saham ASII merupakan *medoid* dari *cluster* 1. Sama seperti pada hasil pembentukan 5 *cluster*, saham SMGR dan saham UNTR juga memiliki nilai v_j yang sama pada *cluster* 2. Namun, hasil *output* dari *RStudio*, saham SMGR yang terpilih menjadi *medoid* dari *clutser* 2. Kemudian, *medoid* dari *cluster* 3 adalah saham TLKM, *medoid* dari *cluster* 4 adalah saham BBCA, dan *medoid* dari *cluster* 5 adalah saham PGAS. Hasil *medoid* dari setiap *cluster* pada Tabel 3.3 dibentuk melalui proses iterasi sampai diperoleh hasil yang paling optimal dengan total jarak keseluruhan sebesar 34.742.102.

3.4 Pembentukan Portofolio Optimal Menggunakan *Mean-Variance* dan *Mean Absolute Deviation*

3.4.1 Pemilihan Saham Optimal Setiap *Cluster*

Saham yang paling optimal akan dipilih sebagai perwakilan dari setiap *cluster* yang terbentuk berdasarkan nilai *sharpe ratio* yang paling besar sesuai dengan Persamaan 15. Portofolio MV dan MAD akan dibentuk dengan beberapa skenario dengan penjelasan sebagai berikut.

Tabel 3.4. Definisi Skenario Portofolio MV dan MAD

	Definisi
Skenario 1	Membentuk portofolio MV dan MAD dengan memilih satu perwakilan saham optimal dari setiap *cluster* pada empat *cluster*
Skenario 2	Membentuk portofolio MV dan MAD dengan memilih dua perwakilan saham optimal dari setiap *cluster* pada empat *cluster*
Skenario 3	Membentuk portofolio MV dan MAD dengan memilih satu perwakilan saham optimal dari setiap *cluster* pada lima *cluster*
Skenario 4	Membentuk portofolio MV dan MAD dengan memilih dua perwakilan saham optimal dari setiap *cluster* pada lima *cluster*

Berdasarkan Tabel 3.5, portofolio skenario 1 terdiri atas saham BMRI, UNTR, KLBF, BBCA. Keempat saham tersebut dipilih sebagai saham yang paling optimal karena memiliki nilai *sharpe ratio* tertinggi pada setiap *cluster*. Adapun skenario 2 merupakan portofolio yang terdiri dari saham penyusun portofolio skenario 1 ditambah dengan saham yang di-*highlight* warna hijau. Sehingga, portofolio skenario 2 terdiri atas delapan saham, yaitu saham BBNI, BMRI, SMGR, UNTR, KLBF, PGAS, BBCA, dan BBRI.

Tabel 3.5. Skenario 1 dan 2 Pemilihan Saham Optimal

***Cluster* ke-**	**Saham**	***Sharpe Ratio***
1	ASII	-0,011003
	BBNI	0,017559
	BMRI	**0,023036**
	INDF	-0,005646
	UNVR	-0,019980
2	SMGR	0,001178
	UNTR	**0,007752**
3	**KLBF**	**0,015935**
	PGAS	0,004301
	WIKA	-0,014631

Tabel 3.5. Skenario 1 dan 2 Pemilihan Saham Optimal (Lanjutan)

***Cluster* ke-**	**Saham**	***Sharpe Ratio***
4	**BBCA**	**0,040171**
	BBRI	0,026564
	JSMR	-0,007116
	TLKM	-0,002644

Sementara itu, dari Tabel 3.6, portofolio skenario 3 terdiri dari lima saham optimal yaitu saham BMRI, UNTR, BBRI, BBCA, dan KLBF. Pada *cluster* 3 hanya dipilih saham BBRI saja, karena saham JSMR dan TLKM memiliki nilai *sharpe ratio* negatif yang mengindikasikan bahwa saham memiliki kinerja kurang baik. Sedangkan, portofolio skenario 4 terdiri dari delapan saham optimal, yaitu saham BBNI, BMRI, SMGR, UNTR, BBRI, BBCA, KLBF, dan PGAS. Skenario 4 menghasilkan kandidat saham optimal yang sama dengan skenario 2. Oleh karena itu, portofolio skenario 4 tidak dilakukan analisis lebih lanjut dan diputuskan hanya menggunakan portofolio skenario 1, 2, dan 3 saja.

Tabel 3.6. Skenario 3 dan 4 Pemilihan Saham Optimal

***Cluster* ke-**	**Saham**	***Sharpe Ratio***
1	ASII	-0,011003
	BBNI	0,017559
	BMRI	**0,023036**
	INDF	-0,005646
	UNVR	-0,019980
2	SMGR	0,001178
	UNTR	**0,007752**
3	**BBRI**	**0,026564**
	JSMR	-0,007116
	TLKM	-0,002644
4	**BBCA**	**0,040171**
5	**KLBF**	**0,015935**
	PGAS	0,004301
	WIKA	-0,014631

3.4.2 Perhitungan Bobot Portofolio

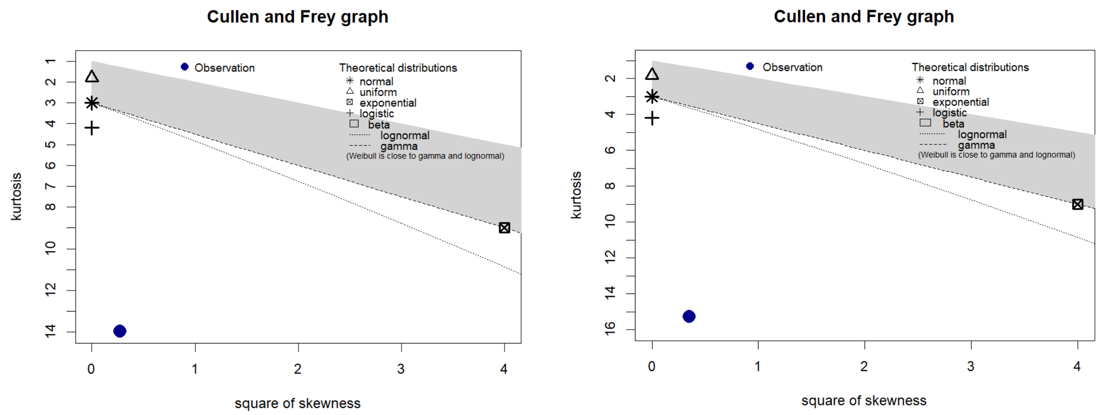
Portofolio MV dibentuk dengan fungsi obyektif menggunakan Persamaan 22 dan 23 dengan kendala pada Persamaan 24, sedangkan portofolio MAD dibentuk dengan fungsi obyektif yang sama dengan portofolio MV dalam memaksimalkan nilai *expected return* tetapi menggunakan fungsi obyektif yang berbeda dalam meminimalkan risiko pada Persamaan 29. Perhitungan numerik untuk mencari bobot pada portofolio dengan menggunakan model MV dan MAD dilakukan menggunakan *Rstudio* berdasarkan fungsi obyektifnya. Algoritma dari *RStudio* akan mengaplikasikan *goal seek* untuk mencari besar bobot pada setiap saham dalam portofolio dengan tingkat *return* minimum atau ρ yang digunakan adalah sebesar 0,05, sehingga bobot yang dihasilkan akan memberikan nilai *return* portofolio yang maksimum dengan risiko (standar deviasi) portofolio yang minimum. Nilai *return* portofolio yang maksimum tersebut tentu akan melebihi nilai *return* minimumnya. *Output* pembobotan portofolio MV dan MAD skenario 1, 2, dan 3 dari *Rstudio* dapat dilihat pada Tabel 3.7.

Tabel 3.7. Hasil Pembobotan Portofolio Setiap Skenario

Skenario	Saham	MV	MAD
1	BMRI	0,06291	0,11075
	UNTR	0,14145	0,10166
	KLBF	0,23080	0,19123
	BBCA	0,56484	0,59636
2	BMRI	0,01049	0,04253
	UNTR	0,12593	0,08362
	KLBF	0,21241	0,19688
	BBCA	0,52320	0,54115
	BBNI	0,00000	0,00000
	SMGR	0,04867	0,01082
	PGAS	0,01692	0,04180
	BBRI	0,06239	0,08320
3	BMRI	0,02414	0,06243
	UNTR	0,13735	0,08658
	BBRI	0,07507	0,10285
	BBCA	0,53788	0,53623
	KLBF	0,22556	0,21191

3.5 Pendugaan Distribusi *Return* Portofolio Model *Mean-Variance* dan *Mean Absolute Deviation*

Pada penelitian ini, pendugaan distribusi dilakukan dengan menggunakan dua pendekatan yaitu distribusi umum dan *Generalized Lambda Distribution* (GLD). Hasil pendugaan distribusi umum pada data *return* portofolio model MV dan MAD skenario 1 ditunjukkan pada Gambar 3.1.



(a) (b)

Gambar 3.1. Pendugaan Distribusi *Return* Portofolio Skenario 1: (a) MV (b) MAD

Berdasarkan Gambar 3.1, titik observasi yang berwarna biru berada di luar pendugaan distribusi umum, artinya tidak ada distribusi umum yang sesuai dengan distribusi data *return* portofolio MV dan MAD skenario 1. Hasil yang sama juga ditunjukkan oleh portofolio MV dan MAD skenario 2 dan skenario 3. Sehingga, perlu dilakukan di luar pendugaan distribusi umum yaitu pendugaan distribusi *Generalized Lambda*. Pendugaan GLD yang dipilih merupakan pendugaan dengan nilai *error* yang terkecil diantara distribusi RS dan FMKL. Tabel 3.8 menunjukkan hasil *error* dari pendugaan distribusi menggunakan Persamaan 33 yang memberikan hasil bahwa GLD RS dipilih sebagai penduga parameter *return* portofolio untuk semua skenario.

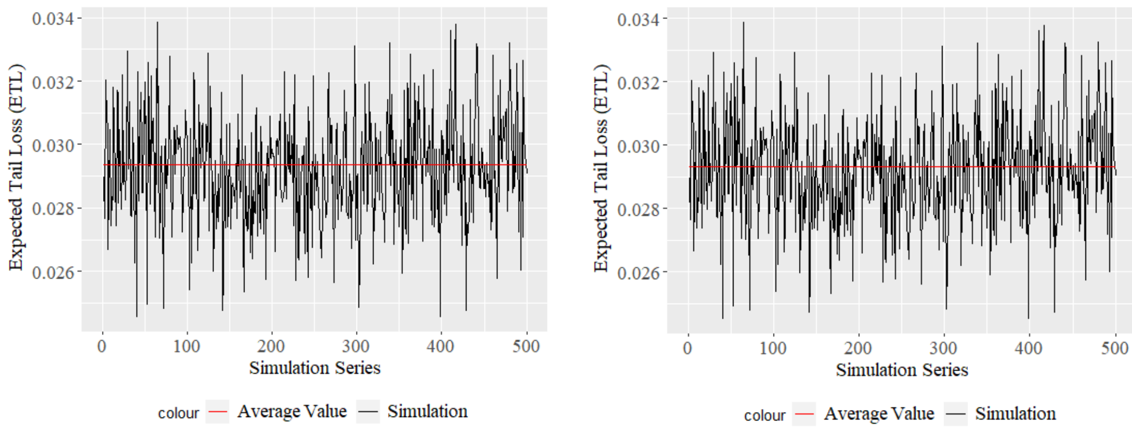
Tabel 3.8. MAE Distribusi Return Portofolio MV dan MAD

Skenario	**Portofolio MV**		**Portofolio MAD**	
	Metode	**MAE**	**Metode**	**MAE**
1	**RS**	**0,01412281**	**RS**	**0,01410231**
	FMKL	0,01414399	FMKL	0,01412997
2	**RS**	**0,01400404**	**RS**	**0,01403383**
	FMKL	0,01402659	FMKL	0,01406258
3	**RS**	**0,01405842**	**RS**	**0,01251209**
	FMKL	0,01408310	FMKL	0,01409027

GLD RS menghasilkan nilai parameter yang digunakan untuk mensimulasikan data *return* portofolio model MV dan MAD skenario 1, 2, dan 3 menggunakan Simulasi Monte Carlo. Dari hasil simulasi tersebut, diperoleh perhitungan tingkat risiko portofolio dengan *Expected Tail Loss* (ETL).

3.6 Analisis Risiko Portofolio *Mean-Variance* dan *Mean Absoulte Deviation* Berdasarkan *Monte Carlo-Expected Tail Loss* (MC-ETL)

Hasil estimasi nilai ETL portofolio model MV dan MAD skenario 1 dengan iterasi secara berturut-turut sebesar 36.499 dan 32.521. Pergerakan nilai ETL pada 500 iterasi pertama dapat dilihat pada Gambar 3.2.



(a) (b)

Gambar 3.2. Pergerakan Nilai ETL Portofolio Skenario 1 (a) MV (b) MAD

Berdasarkan Gambar 3.2, nilai rata-rata dari hasil simulasi yang ditunjukkan oleh garis berwarna merah pada portofolio MV dan MAD skenario 1 secara berturut-turut adalah sebesar 0,02934953 dan 0,02932797. Dengan tingkat kepercayaan sebesar 95%, maka kerugian yang akan diperoleh investor jika berinvestasi pada portofolio MV skenario 1 tidak akan melebihi 2,935% dalam jangka waktu satu hari atau terdapat kemungkinan sebesar 5% bahwa kerugian yang akan diperoleh investor adalah sebesar 2,935%. Interpretasi yang sama juga dilakukan pada portofolio MAD skenario 1.

Adapun hasil estimasi nilai ETL portofolio model MV dan MAD skenario 2 dengan iterasi secara berturut-turut sebesar 37.416 dan 32.288 menghasilkan nilai rata-rata sebesar 0,0291878 dan 0,02914439. Sedangkan, nilai ETL portofolio model MV dan MAD skenario 3 dengan iterasi secara berturut-turut sebesar 32.309 dan 28.764 menghasilkan nilai rata-rata sebesar 0,02915126 dan 0,02241572. Apabila tingkat risiko portofolio dengan setiap saham penyusunnya dibandingkan, portofolio memiliki tingkat risiko terendah.

3.7 Pemilihan Skenario Portofolio Optimal Terbaik Berdasarkan Evaluasi Kinerja Portofolio, Nilai *Return*, dan Tingkat Risiko

Evaluasi pertama untuk menentukan portofolio terbaik dari model MV dan MAD ditinjau dari kinerja portofolio menggunakan Indeks *Sharpe* berdasarkan Persamaan 30. Evaluasi selanjutnya, dengan membandingkan nilai akumulasi *return* dari seluruh skenario yang diperoleh dari jumlah keseluruhan nilai *return* portofolio sesuai periode data yang digunakan berdasarkan Persamaan 25. Portofolio dengan nilai akumulasi *return* yang paling optimal akan diajukan sebagai preferensi bagi investor. Evaluasi terakhir ditinjau dari perbandingan tingkat risiko yang didasarkan pada hasil MC-ETL dari portofolio MV dan MAD menggunakan Persamaan 34. Portofolio dengan nilai ETL paling kecil akan diajukan sebagai preferensi bagi investor karena memiliki tingkat risiko paling minimal.

Tabel 3.9 Hasil Indeks Sharpe, Akumulasi *Return*, dan Tingkat Risiko Portofolio MV dan MAD

Kriteria	Skenario	MV	MAD
Indeks *Sharpe*	1	0,03545	0,03686
	2	0,03411	0,03587
	3	0,03584	**0,03704**
Akumulasi *Return*	1	84,608%	87,752%
	2	81,494%	85,371%
	3	85,143%	**87,836%**

Tingkat Risiko	1	2,9350%	2,9328%
	2	2,9188%	2,9144%
	3	2,9151%	**2,2416%**

Jika ditinjau dari setiap skenario portofolio berdasarkan Tabel 3.9, portofolio model *Mean Absolute Deviation* (MAD) secara konsisten menghasilkan nilai *return* dan kinerja yang lebih tinggi dengan tingkat risiko yang selalu lebih rendah dibandingkan portofolio model *Mean-Variance* (MV). Hasil dari penelitian ini sesuai dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh [11].

Portofolio MAD skenario 1 tersusun atas empat saham dengan proporsi atau bobot pada saham BMRI sebesar 0,11075, UNTR sebesar 0,10166, KLBF sebesar 0,19123, dan BBCA sebesar 0,59636. Portofolio MAD skenario 2 tersusun atas empat saham dengan bobot pada saham BMRI sebesar 0,04253, UNTR sebesar 0,08362, KLBF sebesar 0,19688, BBCA sebesar 0,54115, BBNI sebesar 0,00000, SMGR sebesar 0,01082, PGAS sebesar 0,04180, dan BBRI sebesar 0,08320. Portofolio MAD skenario 3 tersusun atas lima saham dengan bobot pada saham BMRI sebesar 0,06243, saham UNTR sebesar 0,08658, saham BBRI sebesar 0,10285, saham BBCA sebesar 0,53623, dan saham KLBF sebesar 0,21191.

Portofolio optimal MAD skenario 1 memiliki tingkat pengembalian (*return*) sebesar 87,752% dalam kurun waktu Mei 2017 – Desember 2022 dengan kinerja portofolio sebesar 0,03686. Portofolio optimal MAD skenario 2 memiliki tingkat *return* sebesar 85,371% dalam kurun waktu Mei 2017 – Desember 2022 dengan kinerja portofolio sebesar 0,03587, sedangkan portofolio optimal MAD skenario 3 memiliki tingkat *return* sebesar 87,836% dalam kurun waktu Mei 2017 – Desember 2022 dengan kinerja portofolio sebesar 0,03704.

Sementara itu, tingkat risiko berdasarkan *Monte Carlo-Expected Tail Loss* pada portofolio optimal MAD skenario 1 adalah sebesar 2,9328% dengan tingkat kepercayaan 95% berada diantara rentang 0,029308 hingga 0,029348, sedangkan pada portofolio optimal MAD skenario 2 adalah sebesar 2,9144% dengan tingkat kepercayaan 95% berada diantara rentang 0,029132 hingga 0,029171. Sementara itu, pada portofolio optimal MAD skenario 3 adalah sebesar 2,2416% dengan tingkat kepercayaan 95% berada diantara rentang 0,022399 hingga 0,022432. Nilai tersebut merupakan nilai risiko terkecil jika dibandingkan dengan saham penyusunnya.

3.8 Interpretasi *Clustering* Terbaik dalam Pembentukan Portofolio Optimal

Interpretasi karakteristik masing-masing *cluster* dari hasil pembentukan lima *cluster* sebagai *cluster* yang paling optimal ditinjau dari analisis deskriptif yang meliputi nilai *mean*, standar deviasi, rata-rata nilai minimum, dan maksimum. *Cluster* 1 menjadi kelas yang berisi emiten dengan karakteristik pergerakan harga saham yang cenderung turun dan memiliki fluktuasi yang tinggi. Pernyataan ini dibuktikan dengan nilai standar deviasi sebesar 1.374,62. *Cluster* 2 memberikan informasi bahwa emiten pada kelompok ini memiliki karakteristik dengan pergerakan saham yang cenderung turun dan memiliki fluktuasi yang paling tinggi dibandingkan *cluster* lainnya dengan nilai standar deviasi sebesar 3.860,77. *Cluster* 3 menunjukkan bahwa emiten pada kelompok ini memiliki karakteristik dengan pergerakan saham yang cenderung stabil dan memiliki fluktuasi yang terbilang rendah dengan nilai standar deviasi sebesar 854,41. *Cluster* 4 memiliki karakteristik pergerakan harga saham yang cenderung positif dan memiliki fluktuasi yang cukup tinggi, namun cenderung lebih rendah dari *cluster* 1 dengan nilai standar deviasi sebesar 1.350,61. *Cluster* 5 memiliki karakteristik pergerakan harga saham yang cenderung stabil dan memiliki fluktuasi yang rendah dibandingkan *cluster* lainnya dengan nilai standar deviasi sebesar 366,36.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa hasil dari ketiga evaluasi yg telah dilakukan menunjukkan bahwa portofolio MAD skenario 3 secara konsisten memiliki kinerja portofolio dan nilai akumulasi *return* yang lebih besar dengan tingkat risiko yang paling minimal dibandingkan portofolio lainnya, sehingga portofolio MAD skenario 3 diajukan sebagai preferensi bagi investor sebagai portofolio optimal terbaik.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Al Fatah, R. S., 2022. *Pengelompokan Emiten Saham Consumer non Cyclical Menggunakan Jarak Euclidean dan Dynamic Time Warping*.

[2] Alijoyo, A., Wijaya, B., & Jacob, I. 2019. *Monte Carlo Simulation*. Center for Risk Management & Sustainability.

[3] Bower, B., & Wentz, P., 2005. Portfolio optimization: MAD vs. Markowitz. *Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal*, Vol. 6(2005), No. 2, 3.

[4] Chalabi, Y., Scott, D. J., & Wuertz, D., 2012. *Flexible distribution modeling with the generalized lambda distribution*.

[5] Chen, W., Zhang, H., Mehlawat, M. K., & Jia, L., 2021. Mean–variance portfolio optimization using machine learning-based stock price prediction. *Applied Soft Computing*, Vol. 100, 106943.

[6] Giorgino, T., 2009. Computing and visualizing dynamic time warping alignments in R: the dtw package. *Journal of statistical Software*, Vol. 31, No. 31, 1-24.

[7] Gubu, L., Rosadi, D., & Abdurakhman, 2019. Classical portfolio selection with cluster analysis: Comparison between hierarchical complete linkage and ward algorithm. *AIP Conference* Proceedings, Vol. 2192, No. 1, p. 090004.

[8] Gubu, L., Rosadi, D., & Abdurakhman, A., 2021. Pembentukan Portofolio Saham Menggunakan Klastering Time Series K-Medoid dengan Ukuran Jarak Dynamic Time Warping. *Jurnal Aplikasi Statistika & Komputasi Statistik*, Vol. 13, No. 2, 35-46.

[9] Herlinawati, A., Hendrawati, T., & Bachrudin, A., 2021. Pengelompokan Wilayah di Jawa Barat Berdasarkan Data Curah Hujan Menggunakan Jarak Dynamic Time Warping. *E-Journal BIAStatistics Departemen Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran*, Vol. 15, No. 2, 1.

[10] Ivanova, M., & Dospatliev, L., 2017. Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016. *Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 117, No. 2, 291-307.

[11] Kasenbacher, G., Lee, J., & Euchukanonchai, K., 2017. Mean-variance vs. mean-absolute deviation: A performance comparison of portfolio optimization models. *University of British Columbia*.

[12] Kumar, U., Legendre, C. P., Lee, J. C., Zhao, L., & Chao, B. F., 2022. On analyzing GNSS displacement field variability of Taiwan: Hierarchical Agglomerative Clustering based on Dynamic Time Warping technique. *Computers & Geosciences*, Vol. 169, 105243.

[13] Lam, W. S., Lam, W. H., & Jaaman, S. H., 2021. Portfolio optimization with a mean–absolute deviation–entropy multi-objective model. *Entropy*, Vol. 23, No. 10, 1266.

[14] Markowitz, H.,1952. *Portfolio Selection in The Journal of Finance*, Vol. 7.

[15] Prihatiningsih, D. R., Di Asih, I. M., & Rahmawati, R., 2020. Value at Risk (VaR) dan Conditional Value at Risk (CVaR) Dalam Pembentukan Portofolio Bivariat Menggunakan Copula Gumbel. *Jurnal Gaussian*, Vol. 9, No. 3, 326-335.

[16] Putri, M. M., & Fithriasari, K., 2015. Pengelompokan Kabupaten/Kota di Jawa Timur Berdasarkan Indikator Kesehatan Masyarakat Menggunakan Metode Kohonen SOM dan K-Means. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, Vol. 4, No. 1, D13-D18.

[17] Senin P., 2008. *Dynamic Time Warping Algorithm Review*. Honolulu (USA): University of Hawaii.

[18] Sureja, N., Chawda, B., & Vasant, A., 2022. An improved K-medoids clustering approach based on the crow search algorithm. *Journal of Computational Mathematics and Data Science*, Vol. 3, 100034.

[19] Wang, W., & Lu, Y., 2018. Analysis of the mean absolute error (MAE) and the root mean square error (RMSE) in assessing rounding model. *IOP conference series: materials science and engineering*, Vol. 324, No. 1, p.012049).