

Estimation of Earthquake Intensity Function as a Form of Nonhomogenic Poisson Process

(Estimasi Fungsi Intensitas Terjadinya Gempa Bumi Sebagai Bentuk Proses Poisson Nonhomogen)

Nur Fuadil Maqun¹, Andi Kresna Jaya², Nurtiti Sunusi^{3*}

¹²³Departemen Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Hasanuddin, Makassar, 90245, Indonesia

*Corresponding author, email: nurfuadilmaqun.315@gmail.com

Abstract

Earthquake is a natural phenomenon that is random in nature because its occurrence depends on time so that earthquakes are seen as a Nonhomogeneous Poisson Process. In this study, the Nonhomogeneous Poisson process was applied to estimate the number of earthquakes on the island of Sulawesi. The data used in this study is the occurrence of earthquakes on Sulawesi Island from January 2018 to December 2020 sourced from the Meteorology, Climatology and Geophysics Agency (BMKG) Region IV Makassar. The results of this study indicate that earthquakes that occur from one month to the next do not affect each other other than that the value of the intensity of the earthquake in each interval (month) is not the same, so that the estimated incidence of earthquakes on the island of Sulawesi with a strength of more than 5.0 SR is obtained. on 1 to 8 July 2021 is about 14 earthquakes with a standard deviation of about 3 times and the probability of an earthquake is 0.10537.

Keywords : Earthquakes, Linear Regression, Nonhomogen Poisson Process.

Abstrak

Gempa bumi adalah suatu fenomena alam yang sifatnya acak karena kemunculannya tergantung pada waktu sehingga gempa bumi dipandang sebagai Proses Poisson Nonhomogen. Dalam Penelitian ini, proses Poisson Nonhomogen diterapkan untuk mengestimasi jumlah kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi dari Januari 2018 sampai Desember 2020 bersumber dari Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Wilayah IV Makassar. Dari hasil penelitian ini menunjukkan bahwa gempa bumi yang terjadi dari satu bulan ke bulan berikutnya tidak saling mempengaruhi selain itu nilai intensitas gempa bumi pada tiap selang (bulan) adalah tidak sama, sehingga didapatkan estimasi kejadian gempa bumi di pulau Sulawesi dengan kekuatan lebih dari 5.0 SR pada tanggal 1 sampai dengan 8 Juli 2021 adalah sekitar 14 kali gempa dengan standar deviasi sekitar 3 kali dan peluang terjadinya gempa adalah 0.10537.

Kata kunci : Gempa Bumi, Proses Poisson Nonhomogen, Regresi Linier.

1. Pendahuluan

Gempa Bumi adalah guncangan di permukaan bumi disebabkan oleh pergerakan yang cepat pada lapisan batuan terluar bumi. Gempa bumi terjadi ketika energi yang tersimpan dalam bumi, biasanya dalam bentuk tegangan pada batuan, secara tiba-tiba terlepas. Energi ini dirambatkan ke permukaan bumi oleh gelombang gempa bumi.[1]

Proses Poisson merupakan proses hitung jumlah kejadian yang terjadi pada waktu tertentu, dengan parameter λ . Proses Poisson adalah suatu aktivitas khusus dari proses penghitungan dimana interval waktu antar kejadian tidak bergantung satu sama lain, memiliki peningkatan bebas (tidak perlu stasioner) dan semuanya terdistribusi secara eksponensial. Jika distribusi eksponensial memiliki nilai parameter yang sama maka disebut proses Poisson homogen. Namun, jika tidak memiliki parameter yang sama, maka ini disebut proses Poisson nonhomogen[2].

Proses Poisson nonhomogen dapat dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalnya kedatangan nasabah pada suatu bank, terjadinya gempa, dan kedatangan bus di terminal. Proses Poisson nonhomogen merupakan proses Poisson dengan parameter yang bergantung pada waktu. Ini berarti bahwa peluang tidak ada kejadian pada keadaan awal adalah satu dan peluang dari n kejadian pada keadaan awal adalah nol[3].

Secara umum, karakteristik peristiwa banyaknya gempa bumi dalam periode tertentu didekati oleh distribusi poisson, dengan sifat khas yang dimiliki yaitu rata-rata dan variansinya memiliki nilai yang sama. Gempa bumi yang terjadi dari satu bulan ke bulan berikutnya tidak saling mempengaruhi dan jumlahnya tidak sama, sehingga dapat diasumsikan sebagai proses poisson nonhomogen[4].

Proses poisson nonhomogen merupakan proses poisson dengan rate yang tergantung pada waktu. Secara spesifik dapat didefinisikan bahwa peluang tidak ada kejadian atau peristiwa pada kondisi awal adalah 1 dan peluang n kejadian atau peristiwa pada kondisi awal adalah 0. Proses ini mempunyai independent increment atau waktu antar kejadian saling bebas. Definisi proses poisson nonhomogen ini identik dengan proses poisson homogen, kecuali di sini adalah fungsi dari waktu.

Definisi 1. Rumus distribusi poisson

Suatu variabel random X dikatakan mempunyai distribusi poisson dengan parameter λ , jika X mempunyai fungsi probabilitas $P(x)$ sebagai berikut [5] :

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, 3 \dots$$

dimana jumlah rata-rata hasil percobaan yang terjadi selama interval waktu atau area tertentu dan $e = 2.71828 \dots$

Definisi 2. Proses Menghitung

Proses stokastik $\{N(t); t \geq 0\}$ dikatakan sebagai proses menghitung jika $N(t)$ atau N_t menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi selama waktu t . Proses menghitung $\{N(t); t \geq 0\}$ memenuhi sifat :

1. $N(t) \geq 0$,
2. $N(t)$ adalah bilangan bulat,

3. Jika $s < t$, $N(s) - N(t)$ menyatakan banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu $(s,t]$.

Proses menghitung disebut proses dengan kenaikan bebas (*independen increments*) jika banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu terpisah saling bebas. Proses menghitung disebut proses dengan kenaikan stasioner (*stationary increments*) jika distribusi dari banyaknya kejadian yang terjadi pada interval waktu tertentu hanya tergantung pada panjang interval.

Definisi 3. Proses poisson

Proses poisson adalah proses stokastik sederhana dan banyak digunakan untuk pemodelan waktu dimana kejadian memasuki sebuah sistem. Suatu proses menghitung $\{N(t); t \geq 0\}$ dikatakan sebagai proses Poisson dengan laju (parameter) λ jika

1. $N(0) = 0$
2. Proses mempunyai kenaikan bebas (*independent increments*),
3. Peluang mempunyai k kejadian dalam interval waktu t .

$$P_k(t) = P\{N(t) - N(0) = k\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}; k = 0,1,2,3, \dots \forall s, t \geq 0$$

Definisi 4. Proses Poisson Nonhomogen

Proses hitung $\{N(t), t \geq 0\}$ disebut Proses Poisson Nonhomogen dengan fungsi intensitas $\lambda(t), t \geq 0$, jika :

1. $P(N(0) = 0) = 1$
2. Proses perhitungan $\{N(t); t \geq 0\}$ adalah proses stokastik dengan kenaikan independen.

$$3. P\{N(t+s) - N(t) = k\} = \frac{(\int_t^{t+s} \lambda(x) dx)^k}{k!} e^{-\int_t^{t+s} \lambda(x) dx}$$

Berdasarkan definisi di atas, maka peluang tidak adanya kejadian pada keadaan awal adalah satu dan banyaknya kejadian yang terjadi pada selang waktu dengan selang waktu berikutnya saling independen.

Misalkan jumlah kejadian dalam selang waktu t dinyatakan dengan $\Lambda(t)$ yang merupakan bentuk integral dari fungsi intensitas $\lambda(t)$, maka :

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(x) dx$$

Peluang jumlah kejadian dalam selang waktu t adalah :

$$P\{N(t+s) - N(t) = k\} = \frac{e^{-(\Lambda(t+s)-\Lambda(t))} (\Lambda(t+s) - \Lambda(t))^k}{k!}$$

dengan $n \geq 0$. Jadi $N(t+s) - N(t)$ berdistribusi poisson dengan nilai rata-rata $\Lambda(t+s) - \Lambda(t)$. Oleh karena itu untuk $k=0$, di peroleh $P_0(s) = e^{-(\Lambda(t+s)-\Lambda(t))}$. Selain itu, distribusi proses Poisson nonhomogen adalah sebagai berikut [6] :

Harapan :

$$P\{N(t) = k\} = \frac{(\int_0^t \lambda(x) dx)^k}{k!} e^{-\int_0^t \lambda(x) dx} \quad (1)$$

$$\Lambda(t) = E [N(t)] = \int_0^t \lambda(x) dx, \quad t \geq 0 \quad (2)$$

Variansi :

$$V(t) = E [N(t)] = \int_0^t \lambda(x) dx, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

Derivasi Standar :

$$D(t) = \sqrt{V [N(t)]} = \sqrt{\int_0^t \lambda(x) dx}, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

Nilai yang diharapkan dari peningkatan interval, $N(t+s) - N(t)$:

$$\Delta(t,s) = E (N(t+s) - N(t)) = \int_t^{t+s} \lambda(x) dx, \quad (5)$$

Derivasi Standar :

$$\sigma(t,s) = \sigma(N(t+s) - N(t)) = \sqrt{\Delta(t,s)} = \sqrt{\int_t^{t+s} \lambda(x) dx}. \quad (6)$$

Teorema 5.

Banyaknya n kejadian bebas dari proses Poisson nonhomogen, dimana penambahan variabel acak adalah distribusi poisson, yaitu misalkan $N_1(t), N_2(t), \dots, N_n(t)$ adalah peubah bebas proses poisson nonhomogen dengan parameter $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)$ adalah proses poisson nonhomogen dengan parameter $\lambda(t) = \lambda_1 + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_n(t), t \geq 0$

Dengan kata lain, proses perhitungan $\{N(t); t \geq 0\}, N(t) = N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_n(t)$ adalah proses poisson yang tidak homogen. Proses ini memiliki distribusi probabilitas sebagai berikut:

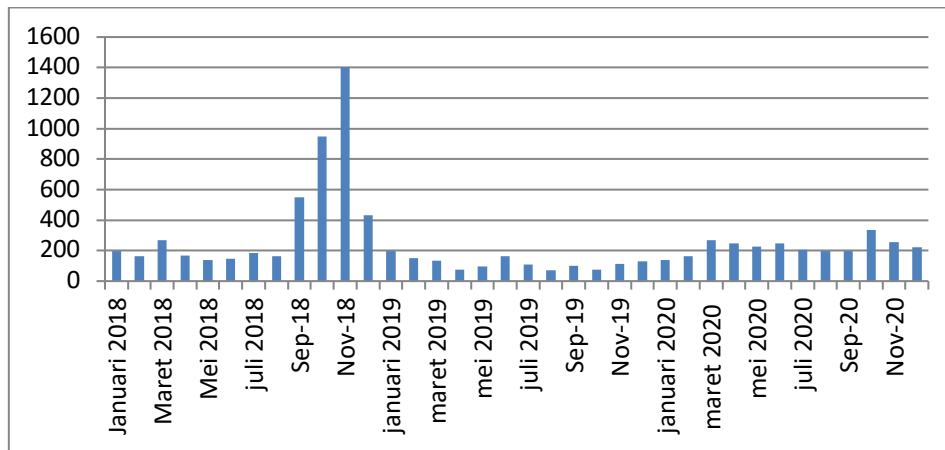
$$P\{N(t) = k\} = \frac{(\int_0^t \lambda(x) dx)^k}{k!} = e^{-\int_0^t \lambda(x) dx}, \quad k=1,2,3...$$

Dimana $\lambda(x) = \lambda_1(x) + \lambda_2(x) + \dots + \lambda_n(x), x \geq 0$.

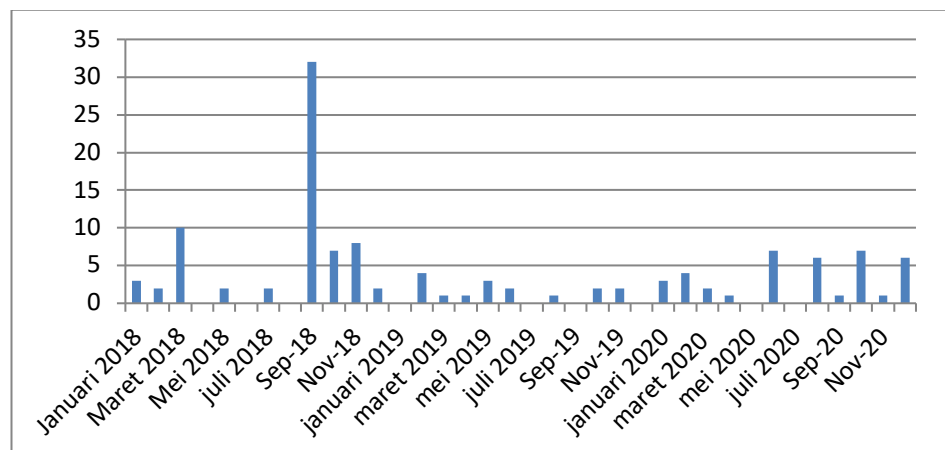
2. Material dan Metode

Gempa bumi adalah peristiwa bergetar atau berguncangnya bumi akibat pergerakan atau pergeseran lapisan batuan secara tiba-tiba pada kulit bumi akibat pergerakan lempeng tektonik atau aktivitas gunung berapi.

Data dalam penelitian ini adalah data gempa bumi di sepanjang Pulau Sulawesi dari tanggal 1 januari 2018 hingga 31 Desember 2020 .



Gambar 4. 1 Jumlah gempa bumi yang terjadi di Pulau Sulawesi sejak januari 2018 hingga desember 2020



Gambar 4. 2 Jumlah gempa bumi yang terjadi dengan magnitude lebih dari 5.0 SR sejak januari 2018 hingga desember 2020

Gempa bumi berskala besar, biasanya lebih dari 5,0 SR, dapat menimbulkan kerugian, seperti korban jiwa, kerusakan rumah dan permukiman, kerusakan infrastruktur umum (jalan raya, sekolah dan rumah sakit), bahkan kebakaran. Dalam penelitian ini

menggunakan data gempa bumi di Pulau Sulawesi periode 2018-2020 yang bersumber dari Balai Besar Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) Wilayah IV makassar.

Dapat dilihat pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2, bahwa gempa bumi yang terjadi dari satu bulan ke bulan berikutnya tidak saling mempengaruhi dan jumlahnya tidak sama, tidak memperhatikan penyebab geofisika gempa tersebut. Sehingga banyaknya gempa dapat diasumsikan sebagai proses Poisson nonhomogen.

Regresi Linier Berganda

Regresi linier sederhana adalah suatu metode statistika untuk menguji hubungan antarvariabel, dimana variabel Y sebagai variabel respon (Variabel tak bebas) dan variable X sebagai prediktor (Variabel bebas), jika variabel prediktor berjumlah lebih dari satu sehingga digunakan analisis regresi linier berganda (Walpole & Myers, 1995). Dalam penelitian ini, regresi linier digunakan untuk menghubungkan variabel independen waktu (per hari) dan variabel dependen dari fungsi intensitas kejadian gempa bumi di Pulau Sulawesi.

dimana nilai $\beta_0, \beta_1, \text{ dan } \beta_2$ bisa dicari dengan rumus sebagai berikut :

$$\beta_0 = \frac{\det (X_0)}{\det (X)}$$

$$\beta_1 = \frac{\det (X_1)}{\det (X)}$$

$$\beta_2 = \frac{\det (X_2)}{\det (X)}$$

β_0 , β_1 dan β_2 merupakan parameter estimasi yang digunakan dalam persamaan untuk memprediksi Y dari X_1 dan X_2 .

3. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan data yang disajikan pada gambar 4.1, diketahui bahwa jika data jumlah gempa dibagi setiap bulan dengan 28, 29, 30 atau 31 hari maka akan didapat intensitas gempa per hari, dengan menggunakan rumus intensitas sebagai berikut :

$$\text{Intensitas} = \frac{\text{Jumlah kejadian gempa}}{\text{Jumlah gempa setiap bulan}}$$

Sehingga didapatkan hasil intensitas gempa bumi di Pulau Sulawesi dari Januari 2018 hingga Desember 2020 seperti yang terlihat pada Tabel 4.2 .

Tabel 4. 1 Intensitas Empiris Gempa Bumi di Pulau Sulawesi dari Januari 2018 hingga Desember 2020.

Bulan	interval	median selang	Jumlah Kejadian Gempa	intensitas
Januari 2018	[0, 31)	15.5	196	6.322580645
Februari 2018	[31, 59)	45	164	5.857142857
Maret 2018	[59, 90)	74.5	269	8.677419355
Apr-18	[90, 121)	105	169	5.633333333
Mei 2018	[121, 151)	136	140	4.516129032
juni 2018	[151, 181)	166	148	4.933333333
juli 2018	[181, 212)	196.5	185	5.967741935
Agustus 2018	[212, 243)	227.5	163	5.258064516
Sep-18	[243, 273)	258	550	18.333333333
oktober 2018	[273, 304)	288.5	948	30.58064516
Nov-18	[304, 334)	319	1401	46.7
desember 2018	[334, 365)	349.5	434	14
januari 2019	[365, 396)	380.5	195	6.290322581
februari 2019	[396, 424)	410	151	5.392857143
maret 2019	[424, 455)	439.5	133	4.290322581
Apr-19	[455, 485)	470	74	2.466666667
mei 2019	[485, 516)	500.5	98	3.161290323
juni 2019	[516, 546)	531	162	5.4
juli 2019	[546, 516)	561.5	108	3.483870968
agustus 2019	[577, 608)	592.5	73	2.35483871
Sep-19	[608, 638)	623	99	3.3
oktober 2019	[638, 669)	653.5	76	2.451612903
Nov-19	[669,699)	684	111	3.7
desember 2019	[699, 730)	714.5	128	4.129032258
januari 2020	[730, 761)	745.5	139	4.483870968
februari 2020	[761, 790)	775.5	163	5.620689655
maret 2020	[790, 821)	805.5	268	8.64516129
Apr-20	[821, 851)	836	248	8.266666667
mei 2020	[851, 882)	866.5	226	7.290322581
juni 2020	[882, 912)	897	246	8.2
juli 2020	[912, 943)	927.5	205	6.612903226
agustus 2020	[943, 974)	958.5	197	6.35483871
Sep-20	[974,1004)	989	195	6.5
oktober 2020	[1004, 1035)	1019.5	337	10.87096774
Nov-20	[1035, 1065)	1050	254	8.466666667
desember 2020	[1065, 1096)	1080.5	220	7.096774194

Berdasarkan pada Tabel 4.2, diketahui data jumlah gempa bumi dan interval waktu antar kejadiannya sedangkan untuk mendapatkan median selang yaitu dengan cara

membagi 2 interval antar waktu dan intensitas gempa perhari dengan cara membagi setiap bulan dengan 28, 29, 30 atau 31 hari maka akan didapat intensitas gempa per hari.

Dengan menggunakan persamaan (7), (8), (9), dan (10) untuk data pada tabel 4.2 di atas, diperoleh pendekatan regresi linier berganda untuk jumlah gempa setiap harinya sebagai berikut :

$$\hat{\lambda}(x) = 10.69067871 - 0.17064436X_1 + 0.00125843X_2 \quad (11)$$

Kemudian melalui persamaan (2), diperoleh :

$$\begin{aligned} \Lambda(t) &= \int_0^t (10.69067871 - 0.17064436X_1 + 0.00125843X_2) dx \\ &= 10.69067871t - 0.08532218t_1^2 + 0.000629215t_2^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Berdasarkan persamaan (1), (2) dan pada persamaan (12) diperoleh distribusi satu dimensi untuk proses poisson nonhomogen pada permasalahan gempa di pulau Sulawesi yaitu :

$$\begin{aligned} P\{N(t) = k\} &= \left(\frac{\Lambda(t)}{k!}\right)^k e^{-\Lambda(t)} = \frac{(10.69067871t - 0.08532218t_1^2 + 0.000629215t_2^2)^k}{k!} \\ &\times e^{-10.69067871t - 0.08532218t_1^2 + 0.000629215t_2^2} \end{aligned} \quad (13)$$

jadi pemodelan jumlah gempa di pulau Sulawesi merupakan proses poisson nonhomogen dengan parameter

$$\Lambda(t) = 10.69067871t - 0.08532218t_1^2 + 0.000629215t_2^2 \text{ dimana } t \geq 0.$$

Kemudian dari definisi 4, diperoleh :

$$P\{N(t + s) - N(t) = k\} = \frac{(\Lambda(t+s) - \Lambda(t))^k}{k!} e^{-(\Lambda(t+s) - \Lambda(t))} \quad (14)$$

Artinya, jumlah gempa bumi dapat diantisipasi pada selang waktu tertentu dengan panjang interval s , dengan nilai ekpektasi kenaikan interval waktu $N(t + s) - N(t)$, seperti pada persamaan (5). Misalkan untuk memprediksi jumlah gempa yang terjadi dari 1 - 8 Juli 2021, sehingga didapatkan selang waktu $[1278, 1285)$, dimana panjang selang tersebut adalah $s=7$ dan $t=1278$. Dengan menggunakan persamaan (5), diperoleh :

$$\Delta(1278,7) = E(N(1285) - N(1278))$$

$$= \int_{1278}^{1285} (10.69067871X - 0.17064436X_1 + 0.00125843X_2) dx$$

$$= 1616.888721$$

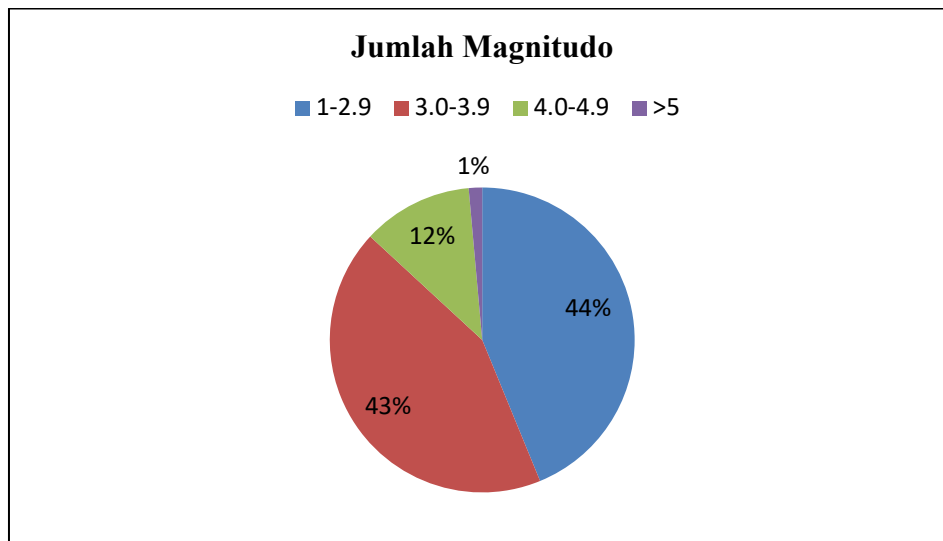
dan,

$$\sigma(1278,7) = \sigma(N(1285) - N(1278)) = \sqrt{\Delta(1278,7)}$$

$$= \sqrt{1616.888721} = 40.2105485$$

Artinya, prediksi rata-rata jumlah gempa di pulau Sulawesi dari tanggal 1 hingga 8 Juli 2021 sekitar 1.616 kali gempa dengan standar deviasi sekitar 40 kali.

Selanjutnya jika kejadian gempa bumi dikelompokkan berdasarkan skala besarnya seperti pada gambar 4.2, maka proses poisson nonhomogen dapat direpresentasikan sebagai jumlah dari $N(t) = N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) + N_4(t)$, dimana $N_1(t)$ adalah jumlah gempa dengan magnitudo kurang dari 3.0 SR, $N_2(t)$ adalah jumlah gempa dengan magnitudo 3.0-3.9 SR, $N_3(t)$ adalah jumlah gempa dengan magnitudo 4.0-4.9 SR dan $N_4(t)$ adalah jumlah gempa bumi dengan magnitudo lebih dari 5.0 SR, yang cocok dengan parameter proses dari gambar 4.2 di bawah ini:



Gambar 4. 3 Banyaknya Gempa di Pulau Sulawesi Berdasarkan Skala Magnitudonya.

Gempa dengan magnitudo lebih dari 5.0 SR sudah mulai dirasakan banyak orang dan menyebabkan kerusakan ringan hingga parah pada bangunan, terlepas dari kedalaman pusat gempa. Jika yang diambil adalah gempa dengan magnitudo lebih dari 5,0 SR, sesuai dengan gambar 4.2 . Berdasarkan pada persamaan (12) dan (15), ekspektasi proses atau

estimasi $N_4(t)$ menggambarkan jumlah gempa bumi yang terjadi di pulau Sulawesi dengan magnitudo lebih dari 5.0 SR, yaitu :

$$\begin{aligned}\Lambda_4(t) &= 0.00891(10.69067871t - 0.08532218t_1^2 + 0.000629215t_2^2) \\ &= 0.095253947t - 0.000760221t_1^2 + 0,00000561t_2^2\end{aligned}\quad (16)$$

Kemudian, misalkan untuk memprediksi jumlah gempa bumi di pulau Sulawesi dengan magnitudo skala lebih dari 5.0 SR dari 1 hingga 8 Juli 2021, diperoleh interval waktu [1278, 1285). Maka ekspektasi atau perkiraan yang di dapat adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\Delta_4(1278,7) &= E(N(1285) - N(1278)) = \\ &= \int_{1278}^{1285} (0.095253947t - 0.000760221t_1^2 + 0,00000561t_2^2) \\ &= 14.40654482\end{aligned}$$

Dan

$$\sigma(1278,7) = \sigma(N(1285) - N(1278)) = \sqrt{\Delta(1278,7)} = \sqrt{14.40654482} = 3.79559.$$

Artinya, prediksi rata-rata jumlah gempa di pulau Sulawesi dengan kekuatan lebih dari 5.0 SR pada tanggal 1 sampai dengan 8 Juli 2021 adalah sekitar 14 kali gempa dengan standar deviasi sekitar 3 kali.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada pembahasan sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa jumlah kejadian gempa di Pulau Sulawesi merupakan sebuah proses Poisson Nonhomogen dengan fungsi intensitas terjadinya gempa di pulau sulawesi dengan magnitudolebih dari 5.0 SR, yaitu:

$$\Lambda_4(t) = 0.095253947t - 0.000760221t_1^2 + 0,00000561t_2^2 .$$

Untuk melihat seberapa besar kemungkinan terjadinya gempa dengan skala 5.0 SR tersebut dapat diproses dengan:

$$P\{N(t + s) - N(t) = k\} = \frac{e^{-(\Lambda(t+s)-\Lambda(t))} (\Lambda(t + s) - \Lambda(t))^k}{k!}$$

sehingga di dapatkan peluang terjadinya gempa dengan skala 5.0 SR yaitu 0.10537 .

Daftar Pustaka

- [1] Abdillah, *Analisis keaktifan dan resiko gempa bumi pada zona subduksi daerah pulau sumatra dan sekitarnya dengan metode least square*, Jakarta. 2010.
- [2] Ikram, A. dan Qamar, U. Mengembangkan sistem pakar berdasarkan aturan asosiasi dan logika predikat untuk prediksi gempa. *Syst Berbasis Pengetahuan*. vol. 75. 87-103. 2015.
- [3] Suryandaru, R. *Estimasi Model Terbaik Banyaknya Gempa Bumi Menggunakan Poisson Hidden Markov Models dan Algoritma EM*. Jakarta: Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah. 2015.
- [4] Ross, S. *Pengantar Model Probabilitas*. California: Elsevier. 2007.
- [5] Sumiati, I. *Application of the Nonhomogeneous Poisson Process for Counting Earthquakes*. Bandung : Universitas Padjajaran. 2019.